

Lösungen zu  
**PHYSIK im Überblick**  
für technisch orientierte Studiengänge

**Bernd Baumann**

HAW Hamburg

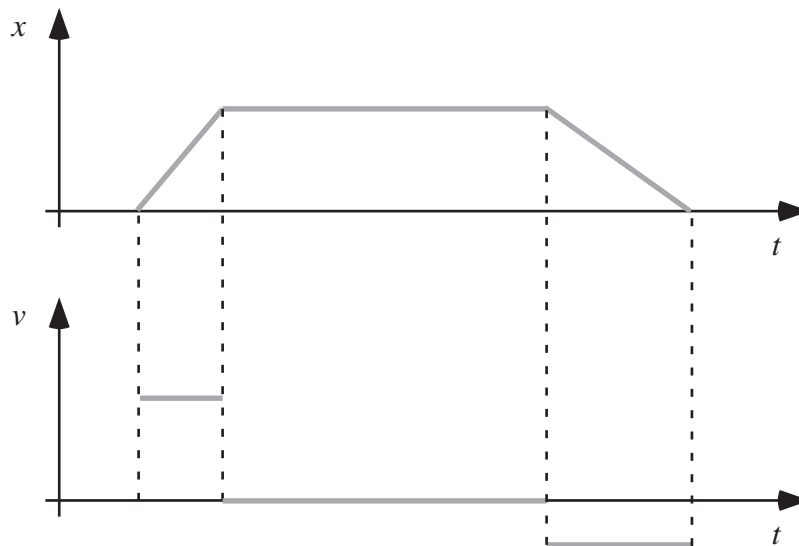
Letzte Änderung am 26. 1. 2003

# Mechanik

## Kinematik

### Bewegung entlang einer Geraden

#### Aufgabe 1.1.1-1



**Abbildung 1:** Eine reale Bewegung kann bestenfalls näherungsweise durch ein Weg-Zeit-Diagramm in der Form eines Trapezes beschrieben werden. Der abknickende Funktionsverlauf hat nämlich Sprünge im Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm zur Folge. Diese würden eine unendlich große Beschleunigung erfordern. Die Kurve im Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm muss an den Sprungstellen unterbrochen werden, da es sich sonst nicht um eine Funktion handeln würde.

#### Aufgabe 1.1.1-3

$$a(t) = \dot{v}(t) = -v_0\omega \sin \omega t \quad \Rightarrow \quad a(t_1) = -5.96 \text{ m/s}^2 \quad (\text{Achtung, Bogenmaß!})$$

$$x(t) = \int v(t) dt = v_0 \int \cos \omega t dt = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t + c$$

$$x(t_0) = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t_0 + c = x_0 \quad \Rightarrow \quad c = x_0 - \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t_0 = -0.395 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \quad x(t_1) = -2.21 \text{ cm}$$

**Aufgabe 1.1.1-5**

$$v(t) = a_0 t + v_0 \quad \Rightarrow \quad v_1 = a_0 t_1 + v_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad v_0 = -a_0 t_1$$

$$x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{1}{2} a_0 t_1^2 + v_0 t_1$$

Einsetzen von  $v_0$  (erste Zeile) liefert

$$x_1 = -\frac{1}{2} a_0 t_1^2 = 45 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad t_1 = 3.72 \text{ s}$$

(die beiden Minuszeichen heben sich weg). Einsetzen ergibt  $v_0 = 24.2 \text{ m/s}$ .

**Bewegung im Raum****Aufgabe 1.1.2-1**

Achtung, die Aufgabenstellung enthält leider einen Zahlendreher. Es muss heißen  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ m/s}^2$ .

**Aufgabe 1.1.2-3**

$$x(t) = v_{0x} t, \quad z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{0z} t + h$$

Landung:

$$x(t_1) = v_{0x} t_1 = s \quad \Rightarrow \quad v_{0x} = \frac{s}{t_1} = 5.00 \text{ m/s}$$

$$z(t_1) = \left( v_{0z} - \frac{1}{2} g t_1 \right) t_1 + h = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{0z} = \frac{1}{2} g t_1 - \frac{h}{t_1} = 29.52 \text{ m/s}$$

Damit:

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0z}^2} = 29.94 \text{ m/s}, \quad \tan \alpha = \frac{v_{0z}}{v_{0x}} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 80.4^\circ$$

**Aufgabe 1.1.2-9**

$$0 \leq t \leq t_1:$$

$$\omega(t) = \alpha_0 t \quad \Rightarrow \quad \alpha_0 = \frac{\omega_1}{t_1}$$

$$\varphi(t) = \frac{1}{2} \alpha_0 t^2 = \frac{1}{2} \frac{\omega_1}{t_1} t^2 \quad \Rightarrow \quad \varphi(t_1) = \frac{1}{2} \omega_1 t_1$$

$$t_1 \leq t \leq t_2:$$

$$\varphi(t) = \omega_1(t - t_1) + \varphi(t_1) \quad \Rightarrow \quad \varphi(t_2) = \omega_1(t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \omega_1 t_1 = \omega_1(t_2 - \frac{1}{2} t_1)$$

$$\Rightarrow \quad \omega_1 = \frac{\varphi(t_2)}{t_2 - \frac{1}{2} t_1} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{\omega_1}{2\pi} = 37.3 \text{ Hz}$$

**Dynamik****Newtonsche Axiome****Aufgabe 1.2.1-6**

Dieses Problem stellt ein typisches Beispiel für die *Hauptaufgabe der Mechanik* dar.

$$F_{\text{Res}} = -cv^2 = ma = m \frac{dv}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dv}{v^2} = -\frac{c}{m} dt \quad (\text{Trennung der Variablen})$$

Integration

$$\int \frac{dv}{v^2} = -\frac{c}{m} \int dt \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{v} = -\frac{c}{m} t + c_1 \quad \Rightarrow \quad v(t) = \frac{1}{\frac{c}{m} t - c_1}$$

1. Anfangsbedingung

$$v(t_0) = v_0 = -\frac{1}{c_1} \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{v_0}$$

$$\Rightarrow \quad v(t) = \frac{mv_0}{v_0 ct + m} \quad \Rightarrow \quad v(t_1) = 21.7 \text{ m/s}$$

Jetzt ist  $v$  als Funktion von  $t$  bekannt, und damit ergibt sich  $x(t)$  wie in Abschnitt *Kinematik* dargestellt:

$$x(t) = \int v(t) dt = mv_0 \int \frac{dt}{v_0 ct + m} = \frac{m}{c} \ln(v_0 ct + m) + c_2$$

(vgl. eine Mathematik Formelsammlung)

2. Anfangsbedingung

$$x(t_0) = \frac{m}{c} \ln m + c_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad c_2 = -\frac{m}{c} \ln m$$

$$\Rightarrow \quad x(t) = \frac{m}{c} \ln\left(1 + \frac{v_0 c}{m} t\right) \quad \Rightarrow \quad x(t_1) = 534 \text{ m}$$

## Dynamik der Kreisbewegung

### Aufgabe 1.2.2-3

$$J = \frac{1}{12}ml^2, \quad J' = \frac{1}{12}m'l'^2 = 2J = \frac{1}{6}ml^2$$

$$\rho = \frac{m}{Al} = \frac{m'}{Al'} \Rightarrow m = Al\rho, \quad m' = Al'\rho \Rightarrow \frac{1}{12}Al'\rho l'^2 = \frac{1}{6}Al\rho l^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}l'^3 = l^3 \Rightarrow l' = \sqrt[3]{2}l = 94.5 \text{ cm} \Rightarrow \Delta l = 19.5 \text{ cm}$$

### Aufgabe 1.2.2-4

$$M = J\alpha \quad \text{mit} \quad J = \frac{1}{2}mR^2$$

Mit

$$m = \rho V = \rho \frac{\pi}{4}d^2l \Rightarrow J = \frac{\pi}{32}\rho l d^4$$

$$\alpha = \frac{\omega_1}{t_1} \quad \text{mit} \quad \omega_1 = 2\pi f$$

$$F = \frac{M}{r} = 24.0 \text{ N}$$

## Kräfte - ein Überblick

### Nichtfundamentale Kräfte

#### Aufgabe 1.3.2-2

$$F_H = mg \sin \alpha, \quad F_R = \mu F_N = \mu mg \cos \alpha$$

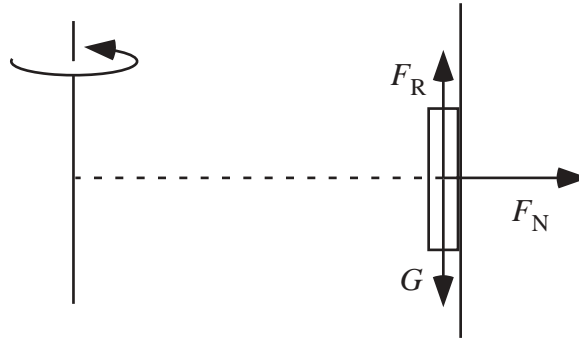
$$F_{\text{res}} = F_H - F_R = ma$$

$$\Rightarrow a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 0.3664 \text{ m/s}^2 \\ a_2 = 0.5863 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2, \quad x_2 = \frac{1}{2}a_2 t_2^2 = \frac{1}{2}a_2 (t_1 - \Delta t)^2$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2}a_2 (t_1 - \Delta t)^2 \Rightarrow \pm \sqrt{a_1} t_1 = \pm \sqrt{a_2} (t_1 - \Delta t)$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{\Delta t}{1 - \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}} = 4.77 \text{ s}, \quad x_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = 4.18 \text{ m}$$

**Scheinkräfte****Aufgabe 1.3.3-5****Abbildung 2:** Seitenansicht

Kräftegleichgewicht:

$$F_R = G \quad \text{mit} \quad G = mg \quad \text{und} \quad F_R = \mu_H F_N$$

$$F_N = F'_{ZF} = m\omega^2 R = 2\pi^2 m f^2 D$$

Damit

$$\mu_H = \frac{g}{2\pi^2 f^2 D} = 0.303$$

**Aufgabe 1.3.3-7**

$$\vec{F}'_C = 2m \vec{v}' \times \vec{\omega} \quad \Rightarrow \quad \vec{a}'_C = \frac{\vec{F}'_C}{m} = 2 \vec{v}' \times \vec{\omega} \quad \Rightarrow \quad a'_C = 2\omega v' \sin \angle(\vec{v}', \vec{\omega})$$

$$S \rightarrow N : \quad \angle(\vec{v}', \vec{\omega}) = \varepsilon \quad a'_C = \begin{cases} 1.24 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2 & \text{für } \varepsilon = 50^\circ \\ 0 & \text{für } \varepsilon = 0^\circ \end{cases}$$

(Ostablenkung)

$$N \rightarrow S : \quad \angle(\vec{v}', \vec{\omega}) = 180^\circ - \varepsilon \quad a'_C = \begin{cases} 1.24 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2 & \text{für } \varepsilon = 50^\circ \\ 0 & \text{für } \varepsilon = 0^\circ \end{cases}$$

(Westablenkung)

$$O \rightarrow W : \quad \angle(\vec{v}', \vec{\omega}) = 90^\circ \quad a'_C = 1.62 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2 \quad \text{für } \varepsilon = 0^\circ/50^\circ$$

(Ablenkung zur Erdachse)

$$W \rightarrow O : \quad \text{wie } O \rightarrow W \quad (\text{Ablenkung weg von der Erdachse})$$

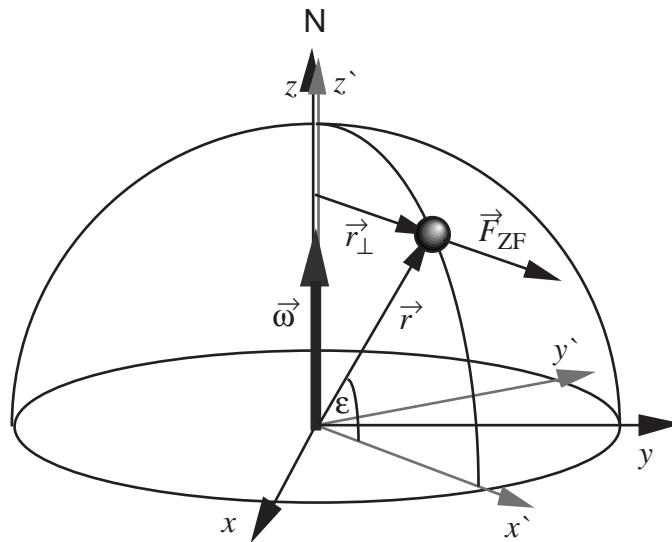


Abbildung 3: Nordhalbkugel der Erde

## Erhaltungssätze

### Aufgabe 1.4.1-4

$$\Delta E_{\text{Lage}} = mgh = mgs \sin \alpha \quad (s \text{ zurückgelegte Strecke})$$

Energiesatz:

$$\Delta E_{\text{Lage}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{rot}} \quad \Rightarrow \quad mgs \sin \alpha = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$$

Erfolgt das Rollen ohne Schlupf gilt  $v = \omega R$  und damit

$$v = \sqrt{\frac{2mgs \sin \alpha}{m + \frac{J}{R^2}}}$$

### Aufgabe 1.4.1-5

Trägheitsmoment eines dünnen Stabes, der um seinen Schwerpunkt rotiert (vgl. Tabelle 1.2):

$$J_S = \frac{1}{12}ml^2$$

Rotation um Stabende (Steinerscher Satz):

$$J = J_S + ma^2 = J_S + m(l/2)^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

Lageenergie des aufrecht stehenden Stabes ( $h$  ist die Höhe des Schwerpunktes):

$$E_L = mgh = mg\frac{l}{2}$$

Rotationsenergie des Stabes:

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{6}m(l\omega)^2$$

Aus dem Energiesatz folgt

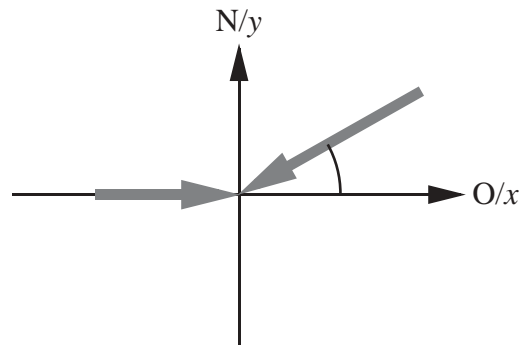
$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}} \Rightarrow v = \omega l = \sqrt{3gl} = 8.58 \text{ m/s}$$

#### Aufgabe 1.4.1-6

$$W = \int_R^0 F dr = \int_R^0 -m\omega^2 r dr = 2m \left(\frac{\pi}{T}R\right)^2 = 1990 \text{ J}$$

### Impuls und Drehimpuls

#### Aufgabe 1.4.2-3



**Abbildung 4:** Der Stoßprozess, dargestellt in einem Koordinatensystem, dessen  $x$ -Achse nach Osten und dessen  $y$ -Achse nach Norden zeigt.

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 5.00 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = - \begin{pmatrix} 17.32 \\ 10.00 \end{pmatrix}$$

Impulserhaltung:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{1}{m_1 + m_2}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2) = \begin{pmatrix} 1.28 \\ -1.67 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 2.10 \text{ m/s} \quad \varphi = \arctan \frac{v_y}{v_x} = -52.5^\circ \quad (\text{Richtung SO})$$



**Aufgabe 1.4.2-4**

a) Energieerhaltung ( $E_{\text{Lage}} = E_{\text{kin}}$ ) impliziert:

$$v = \sqrt{2gh} = 6.26 \text{ m/s}$$

b) Unmittelbar nach dem Stoß ist die bremsende Wirkung des Erdreichs noch nicht wirksam. Der Impulssatz lautet

$$(m + m_1)v' = mv \Rightarrow v' = 4.08 \text{ m/s}$$

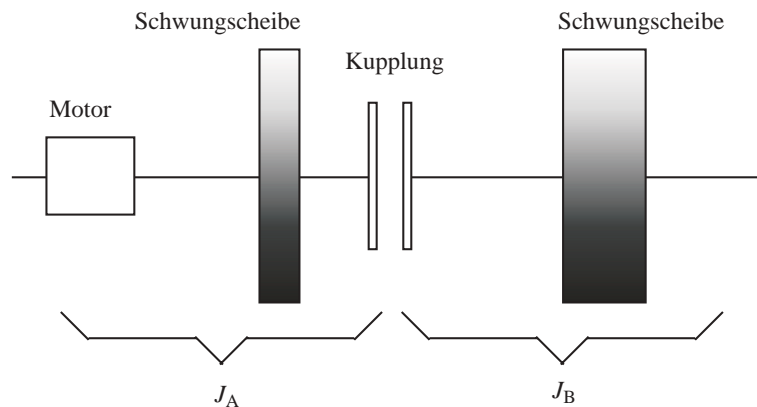
c) Unter der Annahme einer gleichförmig-beschleunigten Bewegung folgt

$$\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2 \quad \text{und} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v'}{\Delta t}$$

Nach  $\Delta t$  umstellen und gleichsetzen führt auf

$$a = \frac{v'^2}{2\Delta x} = 833 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

d)  $F = (m + m_1)a = 383 \text{ kN}$

**Aufgabe 1.4.2-6**

**Abbildung 5:** Schematische Skizze des Kupplungsprüfstandes

Energieinhalt Welle 1 vor dem Kupplungsvorgang:

$$E_1 = \frac{1}{2}J_A\omega_1^2$$

Energieinhalt Welle 1 und 2 nach dem Kupplungsvorgang:

$$E_1 = \frac{1}{2}(J_A + J_B)\omega_2^2$$

Dabei berechnet sich  $\omega_2$  aus dem Drehimpulserhaltungssatz:

$$\omega_2 = \frac{J_A}{J_A + J_B} \omega_1$$

Reibungswärme:

$$W = E_1 - E_2 = 23.9 \text{ kJ}$$

# Wärme

## Ideale Gase

### Aufgabe 2.1-1

$$pV = mN\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}mN\overline{v^2} \quad \text{und} \quad m_{\text{Gas}} = mN = \rho V \quad \Rightarrow \quad \overline{v} := \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$$

## Temperatur

### Aufgabe 2.2-3

$$n = \frac{pV}{R_m T} = 6.13 \text{ mol} \quad (T = (25.00 + 273.15) \text{ K})$$

## Wärmeleitung

### Aufgabe 2.3-1

$$\Phi = \frac{\Delta T}{R_{\text{th}}} = \frac{Q}{t} \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{\Delta T}{R_{\text{th}}} t$$

$$R_{\text{th}} = \rho_{\text{th}} \frac{l}{A} = \frac{1}{\lambda} \frac{l}{A} \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{\lambda A \Delta T t}{l} = 83.7 \text{ MJ}$$

## Zustandsänderungen

### Aufgabe 2.4-3

Isothermer Ersatzprozess:

$$\Delta Q = nR_m T_0 \ln \frac{V_B}{V_A} \quad \Rightarrow \quad \Delta S = \frac{\Delta Q}{T_0} = nR_m \ln \frac{V_B}{V_A} = R_m \ln 2 = 5.76 \text{ J/K}$$

**Aufgabe 2.4-4**

Die innere Energie des Gesamtsystems beträgt am Anfang

$$U = U_1 + U_2 \quad \text{mit} \quad U_1 = 3n_1 R_m T_1 \quad \text{und} \quad U_2 = 3n_2 R_m T_2$$

Im thermischen Kontakt gleichen sich die Temperaturen an und es gilt

$$U = U'_1 + U'_2 = 3R_m(n_1 + n_2)T' \quad \Rightarrow \quad T' = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2} = 320 \text{ K}$$

Für die Entropieänderung der beiden Bestandteile gilt

$$\Delta S_i = 3n_i R_m \ln \frac{T'}{T_i}$$

(vgl. Kapitel 2.4, p38). Man erhält

$$\Delta S_1 = +2.28 \text{ kJ/K} \quad \text{und} \quad \Delta S_2 = -1.87 \text{ kJ/K}$$

Die Gesamtänderung der Entropie ergibt sich damit zu

$$\Delta S = +0.412 \text{ kJ/K}$$

**Aufgabe 2.4-5**

Die Definition des Wirkungsgrads der Carnot-Maschine lautet

$$\eta := \frac{\Delta W}{\Delta Q_{\text{zu}}}$$

Die bei einem vollständigen Umlauf verrichtete Arbeit ist

$$\Delta W = \Delta W_{AB} + \Delta W_{CD}$$

(die beiden anderen Terme heben sich weg (vgl. Kapitel 2.4, p42)). Da es sich bei beiden Teilprozessen um isotherme Prozesse handelt gilt

$$\Delta W_{AB} = \Delta Q_{AB} \quad \text{und} \quad \Delta W_{CD} = \Delta Q_{CD}$$

Eingesetzt in die Formel für den Wirkungsgrad und umstellen liefert

$$\Delta Q_{CD} = (\eta - 1)\Delta Q_{AB} = -0.8 \text{ kJ}$$

Die gesuchte Temperatur ergibt sich aus

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1(1 - \eta) = 360 \text{ K}$$

# Elektrizität und Magnetismus

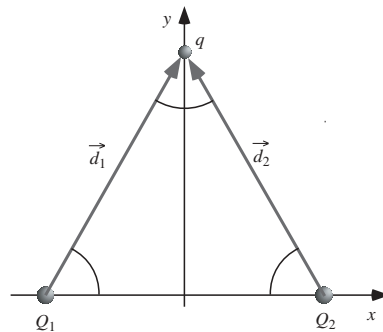
## Elektrostatik

### Coulombsches Gesetz

#### Aufgabe 3.1.2-2

$$F_{\text{Res}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q_1}{d_1^2} - \frac{Q_2}{d_2^2} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad Q_1 d_2^2 = Q_2 d_1^2$$
$$\Rightarrow \quad Q_1 (d - d_1)^2 = Q_2 d_1^2, \quad \text{da} \quad d = d_1 + d_2$$
$$\Rightarrow \quad \sqrt{Q_1} (d - d_1) = \sqrt{Q_2} d_1 \quad \Rightarrow \quad d_1 = \frac{\sqrt{Q_1}}{\sqrt{Q_1} + \sqrt{Q_2}} d = 10 \text{ mm}$$

#### Aufgabe 3.1.2-3



**Abbildung 6:** Punktladungen sitzen an den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks

$$Q_1 = Q_2 =: Q = 9 \mu\text{C}, \quad d_1 = d_2 =: d = 30 \text{ cm}$$

$$\vec{F}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{d^3} \vec{d}_i$$

$$\vec{d}_1 = d \begin{pmatrix} +\cos 60^\circ \\ +\sin 60^\circ \end{pmatrix}, \quad \vec{d}_2 = d \begin{pmatrix} -\cos 60^\circ \\ +\sin 60^\circ \end{pmatrix}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{d^3} (\vec{d}_1 + \vec{d}_2) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{d^2} \begin{pmatrix} 0 \\ \sin 60^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4.67 \end{pmatrix} \text{ N}$$

## Kondensatoren

### Aufgabe 3.1.5-3

$$Q = C_1 U = 60 \text{ nC}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 U' + C_2 U' = (C_1 + C_2) U'$$

$$\Rightarrow U' = \frac{Q}{C_1 + C_2} = 857 \text{ V}$$

$$\Rightarrow Q_1 = C_1 U' = 17.1 \text{ nC} \quad \text{und} \quad Q_2 = C_2 U' = 42.9 \text{ nC}$$

$$E = \frac{1}{2} C_1 U^2 = 90.0 \text{ } \mu\text{J} \quad \text{und} \quad E' = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) U'^2 = 25.7 \text{ } \mu\text{J}$$

### Aufgabe 3.1.5-4

$$Q = CU = 25 \text{ nC} \quad \text{und} \quad E = \frac{U}{s} 125 \text{ kV/m}$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{s}, \quad C' = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{s'} \quad \Rightarrow \quad C' = \epsilon_r C \frac{s}{s'} = 600 \text{ pF}$$

## Stationäre elektrische Ströme

### Elektrischer Widerstand

#### Aufgabe 3.2.2-5

$$U_K = U_0 - R_i I = 5.4 \text{ V}$$

$$R_{\text{ges.}} = R_i + R_{\text{Leitungen}} + R_{\text{Anlasser}} = \frac{U_0}{I}$$

$$\Rightarrow R_{\text{Anlasser}} = \frac{U_0}{I} - R_i - R_{\text{Leitungen}} = 80 \text{ m}\Omega$$

$$U_{\text{Anlasser}} = U_K - U_{\text{Leitungen}} = U_K - R_{\text{Leitungen}} I = 4.8 \text{ V}$$

**Aufgabe 3.2.2-6**

$$P_V = R_V I^2 \quad \text{mit} \quad I = \frac{U_0}{R_V + R_i} \quad \Rightarrow \quad P_V = U_0^2 \frac{R_V}{(R_V + R_i)^2}$$

$$\frac{dP_V}{dR_V} = U_0^2 \frac{(R_V + R_i)^2 - 2R_V(R_V + R_i)}{(R_V + R_i)^4} = 0$$

$$\Rightarrow (R_V + R_i)^2 = 2R_V(R_V + R_i)$$

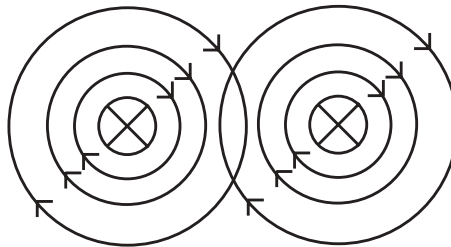
Lösung:  $R_V = R_i$  (Leistungsanpassung)

Außerdem:  $R_V \gg R_i$  (Spannungsanpassung)

und  $R_V \ll R_i$  (Stromanpassung)

**Magnetostatik****Magnetfelder****Aufgabe 3.3.1-2**

(Vgl. Abb. 7)



**Abbildung 7:** Der Strom in den beiden Leitern fließt in die Zeichenebene hinein

$$B_1 = -\mu_0 \frac{I_1}{2\pi r_1}, \quad B_2 = -\mu_0 \frac{I_2}{2\pi r_2}$$

$$B_1 + B_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{r_1}{I_1} = \frac{r_2}{I_2}$$

Unter Berücksichtigung von  $r_1 + r_2 = a$  folgt

$$r_1 = a \frac{I_1}{I_1 + I_2} = 30 \text{ mm}$$

**Aufgabe 3.3.1-3**

$\mathcal{C}_1$ : konzentrischer Kreis mit Radius  $r_1 = 10 \text{ mm} > d/2 = 2 \text{ mm}$

$$B(r_1) = \mu_0 \frac{I}{2\pi r_1} = 0.40 \text{ mT}$$

$\mathcal{C}_2$ : konzentrischer Kreis mit Radius  $r_2 = 1 \text{ mm} < d/2 = 2 \text{ mm}$ . Nach dem Verkettungsgesetz trägt nur der durch  $\mathcal{C}_2$  hindurchfließende Strom zum Magnetfeld bei. Unter der Annahme einer homogenen Stromdichte folgt

$$j = \frac{I}{\frac{\pi}{4}d^2} = \frac{I'}{\pi r_2^2} \quad \Rightarrow \quad I' = I \left( \frac{2r_2}{d} \right)^2$$

$$\Rightarrow \quad B(r_2) = \mu_0 \frac{I'}{2\pi r_2} = \mu_0 \frac{2r_2 I}{\pi d^2} = 1.00 \text{ mT}$$

**Kraftwirkung von Magnetfeldern****Aufgabe 3.3.2-3**

Alle Vektoren stehen senkrecht zueinander, daher:

$$F_{\text{el}} = eE \quad \text{mit} \quad E = \frac{U}{d}, \quad F_{\text{mag}} = evB \quad \text{mit} \quad B = \mu_0 \frac{NI}{l}$$

Kräftegleichgewicht:

$$F_{\text{el}} = F_{\text{mag}} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{Ul}{\mu_0 dvN} = 20 \text{ A}$$

**Aufgabe 3.3.2-4**

Das Magnetfeld steht überall senkrecht auf dem Draht der Schwingspule. Daher

$$F = IlB = 0.363 \text{ N} \quad \text{da} \quad l = N\pi D$$

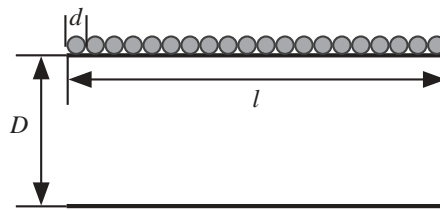
**Elektromagnetische Induktion****Induktionsgesetz****Aufgabe 3.4.1-3**

$$\phi_m = BA = \mu_0 \frac{NI}{l} \frac{1}{4} \pi D^2$$

Unter Verwendung von  $I = U/R$  folgt

$$U = \frac{4lR\phi_m}{\mu_0\pi ND^2}$$



**Abbildung 8:** Drahtdurchmesser  $d$  und Spulenlänge  $l$ 

Die Windungszahl ist  $N = l/d$  und für den Widerstand kann man schreiben

$$R = \varrho \frac{L}{A} = \varrho \frac{\pi l \frac{D}{d}}{\frac{1}{4} \pi d^2} = \frac{4 \varrho l D}{d^3} \quad \text{da für die Drahtlänge} \quad L = \pi D N = \pi l \frac{D}{d}$$

gilt. Daher

$$U = \frac{16 \varrho l \phi_m}{\mu_0 \pi d^2 D} = 7.21 \text{ V}$$

### Aufgabe 3.4.1-4

$x$ -Achse: In der Zeichenebene und senkrecht zum Leiter nach rechts.

$y$ -Achse: Im Leiter nach oben.

$$\phi_m := \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dA = \int_S B n \cos \angle(\vec{B}, \vec{n}) dA$$

$n$  ist als Betrag eines Einheitsvektors immer Eins und der Normalenvektor der von dem Drahtrahmen aufgespannten Fläche und das Magnetfeld sind parallel (oder antiparallel):  $\angle(\vec{B}, \vec{n}) = 0$ . Daher

$$\phi_m = \int_S B dA.$$

Das Magnetfeld hängt in der Zeichenebene nur von  $x$  ab:

$$B(x) = \mu_0 \frac{I}{2\pi x}.$$

Daher

$$\begin{aligned} \phi_m &= \int_d^{d+a} dx \int_0^b dy B(x) = \mu_0 \frac{I}{2\pi} \int_0^b dy \int_d^{d+a} \frac{dx}{x} \\ &= \mu_0 \frac{I}{2\pi} y|_0^b \cdot \ln x|_d^{d+a} = \mu_0 \frac{Ib}{2\pi} \ln \left( 1 + \frac{a}{d} \right) \end{aligned}$$

**Selbstinduktion****Aufgabe 3.4.2-1**

$$L = \mu_0 \frac{AN^2}{l} \quad \text{mit} \quad l = Nd \quad (\text{Drahtdurchmesser } d)$$

$$\text{und} \quad A = \frac{\pi}{4} D^2 \quad (\text{Spulendurchmesser } D)$$

Einsetzen und Umstellen liefert

$$N = \frac{4Ld}{\mu_0 \pi D^2} = 1267 \quad \Rightarrow \quad l = 127 \text{ mm}$$

**Aufgabe 3.4.2-2**

$$\phi_m = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \left( \frac{d+a}{d} \right) = \frac{\mu_0 c t b}{2\pi} \ln \left( \frac{d+a}{d} \right)$$

Die induzierte Spannung ergibt sich als zeitliche Ableitung dieses Ausdrucks zu

$$U_{\text{ind}} = \frac{\mu_0 c b}{2\pi} \ln \left( \frac{d+a}{d} \right) = 1.39 \text{ nV}$$

# Schwingungen

Hinweis: Leider sind in Kapitel 4 des Buches einige Aufgaben falsch numeriert!

## Freie harmonische Schwingungen

### Aufgabe 4.1-2

(im Buch: 4.1.0-2, p69. In der Aufgabenstellung fehlt der Hinweis, daß für die Masse der Atomkerne der Wert  $1 \cdot 10^{-25}$  kg angenommen werden soll.)

$$z(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \Rightarrow$$

$$v(t) = \dot{z}(t) = -\omega A \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad a(t) = \dot{v}(t) = -\omega^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Für die Geschwindigkeitsamplitude ergibt sich daher

$$\hat{v} = \omega A = 942 \text{ m/s}$$

und für die Beschleunigungsamplitude

$$\hat{a} = \omega^2 A = 5.92 \cdot 10^{16} \text{ m/s}^2$$

Die Kraftamplitude hängt über das Dynamische Grundgesetz mit der Beschleunigungsamplitude zusammen<sup>1</sup>:

$$\hat{F} = m\hat{a} = kA \quad \Rightarrow \quad k = \frac{m\hat{a}}{A} = 395 \text{ kg/s}^2$$

## Fadenpendel

### Aufgabe 4.1-4

(im Buch: 4.1.0-1, p70)

$$v(t) = \omega(t)l \quad \text{mit} \quad \omega(t) := \dot{\beta}(t) \quad \text{und} \quad \beta(t) = \beta_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

---

<sup>1</sup>Das negative Vorzeichen spielt hier keine Rolle

1. Anfangsbedingung:

$$\beta(0) = \beta_0 \cos \varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \text{als eine mögliche Lösung}$$

Damit

$$\dot{\beta}(t) = -\omega_0 \beta_0 \sin(\omega_0 t - \frac{\pi}{2})$$

2. Anfangsbedingung:

$$v(0) = l\omega_0\beta_0$$

$$\Rightarrow \quad \beta_0 = \frac{v(0)}{\sqrt{gl}} \quad \text{da} \quad \omega_0 := \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$s_{\max} = \beta_0 l = \sqrt{\frac{l}{g}} v(0) = 71.4 \text{ cm}$$

(Einfacher geht's übrigens mit Hilfe des Energiesatzes)

## Physisches Pendel

### Aufgabe 4.1-5

(im Buch: 4.1.0-1, p71)

Aus  $\omega_0 = \sqrt{\frac{amg}{J_A}}$  und  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$  erhält man

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{amg}}$$

Man verwendet den Satz von Steiner

$$J_A = J_S + ma^2 \quad \text{mit} \quad a = \frac{L}{2} \quad \text{und} \quad J_S = \frac{1}{12}mL^2$$

(vgl. Tabelle 1.1). Damit

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}} = 1.23 \text{ s}$$

**LC-Schwingkreis****Aufgabe 4.1-7**

(im Buch: 4.1.0-2, p72)

$$\omega_0 = 2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC_1}}, \quad \omega'_0 = 2\pi f' = \frac{1}{\sqrt{L(C_1 + C_2)}} = \frac{1}{2}\omega_0$$

Gleichsetzen

$$\frac{1}{\sqrt{LC_1}} = \frac{2}{\sqrt{L(C_1 + C_2)}} \Rightarrow$$

$$C_1 = \frac{1}{3}C_2 = 80.7 \text{ pF} \quad \text{und} \quad f = 408 \text{ kHz}$$

**Freie gedämpfte Schwingungen****Aufgabe 4.2-2**

$$z(t) = z_1 \frac{\omega_0}{\omega} \exp(-\delta t) \sin(\omega t + \varphi)$$

$$z(0) = z_1 \frac{\omega_0}{\omega} \sin(\varphi) = 5 \text{ cm}$$

$$z(T) = z_1 \frac{\omega_0}{\omega} \exp(-\delta T) \sin(\omega T + \varphi) = z_1 \frac{\omega_0}{\omega} \exp(-\delta T) \sin(\varphi) = 4 \text{ cm}$$

$$\text{(da } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ und } \sin(2\pi + \varphi) = \sin(\varphi))$$

Damit

$$q = \frac{z_0}{z_1} = \exp(\delta T) = \frac{5}{4} \Rightarrow \delta = \frac{\ln 5/4}{T} = 9.62 \cdot 10^{-2} \text{ 1/s}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad \text{und} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\Rightarrow k = m \left( \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 + \delta^2 \right) = 1.10 \text{ kg/s}^2$$

**Aufgabe 4.2-3**

$$\omega \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C} = 3.96 \cdot 10^{-5} \text{ H}$$

Die Schwingfallformel kann natürlich auch auf die Spannung im Schwingkreise angewendet werden ( $\frac{\omega_0}{\omega} \approx 1$ ) und daher gilt

$$\frac{U(t=0)}{U(t=20T)} \approx \frac{\hat{U} \sin \varphi}{\hat{U} \exp(-\delta \cdot 20T) \sin(\omega \cdot 20T + \varphi)} = 3$$

$$\omega \cdot 20T = \frac{2\pi}{T} \cdot 20T = 40\pi \quad \Rightarrow \quad \sin(\omega \cdot 20T + \varphi) = \sin \varphi$$

Daraus folgt  $3 = \exp(\delta \cdot 20T)$ , woraus sich wiederum  $\delta$  berechnen läßt:

$$\delta = \frac{\ln 3}{20T} = f \frac{\ln 3}{20}$$

Mit Hilfe der Übersetzungsregeln aus Tabelle 4.3 läßt sich der Abklingkoeffizient durch  $L$  und  $R$  ausdrücken:

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad \Rightarrow \quad R = 2\delta L = 3.48 \text{ } \Omega$$

**Aufgabe 4.2-4**

(neu hinzugefügt) Der Abklingkoeffizient des Messwerks eines Drehspulinstruments, das im aperiodischen Grenzfall betrieben wird, hat den Wert  $6.6 \text{ 1/s}$ . Wieviel Prozent ist der Zeiger  $1 \text{ s}$  ( $2 \text{ s}$ ) nach dem Einschalten des Stroms vom Endausschlag entfernt?

$$z(t) = z_1(1 + \delta t)e^{-\delta t} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{z(t=1 \text{ s})}{z_1} = 0.010 = 1.0\% \quad \text{bzw.} \quad 0.000026 = 2.6 \cdot 10^{-3} \%$$

**Erzwungene Schwingungen****Wechselstrom****Aufgabe 4.3-4**

(im Buch: 4.3.0-3, p79)

$$Z = \sqrt{X_L^2 + (R_L + R_1)^2} = \frac{U_1}{I} \quad \Rightarrow \quad R_1 = \sqrt{\left(\frac{U_1}{I}\right)^2 - X_L^2} - R_L = 83.4 \text{ } \Omega$$

$$U_2 = R_1 I = 41.7 \text{ V}$$

# Wellen

## Aufgabe 5.1-1

Hinweis: Solange nichts anderes gesagt wird, kann man von  $\varphi_0 = 0$  ausgehen. Bei dieser Aufgabe ist es wichtig, daß man exakt rechnet.

## Aufgabe 5.1-4

$$\xi_1(x, t) = \hat{\xi}_1 \sin(\omega t - kx + \varphi_{0,1}) \quad \text{und} \quad \xi_2(x, t) = \hat{\xi}_2 \sin(\omega t - kx + \varphi_{0,2})$$

An einem beliebig gewählten Ort  $x$  gilt: Die Phase von Welle 1 zur Zeit  $t$  stimmt mit der Phase von Welle 2 zum späteren Zeitpunkt  $t + \Delta t$  überein. Daher

$$\omega t - kx + \varphi_{0,1} = \omega(t + \Delta t) - kx + \varphi_{0,2} \quad \Rightarrow \quad \varphi_{0,1} - \varphi_{0,2} = 2\pi f \Delta t = 270^\circ$$

# Energietransport

## Aufgabe 5.4-1

$$I = \frac{P}{A} = \frac{\eta P_0}{4\pi r^2} = 9.95 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{1}{2} c \varrho \omega^2 \xi_0^2 \quad \Rightarrow \quad \xi_0 = \sqrt{\frac{2I}{c\varrho}} \frac{1}{\omega} = \sqrt{\frac{2I}{c\varrho}} \frac{1}{2\pi f} = 1.07 \text{ } \mu\text{m}$$

$$(c = 340 \text{ m/s} \quad \text{und} \quad \varrho = 1.3 \text{ kg/m}^3)$$

## Aufgabe 5.4-2

a)

$$L_{I_{\text{ges}}} = 10 \log (10^{0.1 \cdot 70} + 10^{0.1 \cdot 73} + 10^{0.1 \cdot 74}) \text{ dB} = 77.4 \text{ dB}$$

b)

$$L_{I_{\text{ges}}} = 10 \log (10^{0.1 \cdot 0} + 10^{0.1 \cdot 0}) \text{ dB} = 3.0 \text{ dB}$$

(Achtung, 0 dB bedeutet nicht  $I = 0$ !)

## Signalausbreitung

### Aufgabe 5.5-1

a) Schwerewellen:

$$c(\lambda) = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \Rightarrow \frac{dc}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{g\lambda}{2\pi} \right)^{1/2} = \frac{1}{2} \left( \frac{g\lambda}{2\pi} \right)^{-1/2} \frac{g}{2\pi} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{2\pi\lambda}}$$

$$c_G(\lambda_0) = c(\lambda_0) - \lambda_0 \left. \frac{dc}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} = \sqrt{\frac{g\lambda_0}{2\pi}} - \lambda_0 \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{2\pi\lambda_0}} = \frac{1}{2} c(\lambda_0)$$

b) Kapillarwellen: analog

## Reflexion und Brechung

### Aufgabe 5.6-2

$$\text{a) } n_{\text{Luft,GaP}} = \frac{\sin 10^\circ}{\sin 3^\circ} = 3.32 \quad \text{b) } n_{\text{GaP,Luft}} = \frac{1}{n_{\text{Luft,GaP}}} = 0.301$$

## Beugung

### Aufgabe 5.7-3

Das mittlere Beugungsmaximum (Hauptmaximum) ist beidseitig durch Minima begrenzt. Daher gilt (z. B. für  $n = +1$ )

$$b \sin \vartheta_{+1} = \lambda \Rightarrow b = \frac{\lambda}{\sin \vartheta_{+1}}$$

Weiterhin ( $B$  Breite Hauptmaximum,  $D$  Abstand Spalt-Schirm)

$$\tan \vartheta_{+1} = \frac{\frac{1}{2}B}{D} \approx \sin \vartheta_{+1} \Rightarrow b \approx \frac{2D\lambda}{B} = 600 \mu\text{m}$$

## Stehende Wellen

### Aufgabe 5.8-1

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \text{mit} \quad A = \frac{\pi}{4} d^2 \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{\frac{4F}{\pi\sigma}}$$

$$c = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = 2Lf \quad \text{mit } f = \text{Grundfrequenz} \quad \Rightarrow \quad \sigma = 4\rho L^2 f^2$$



Einsetzen:

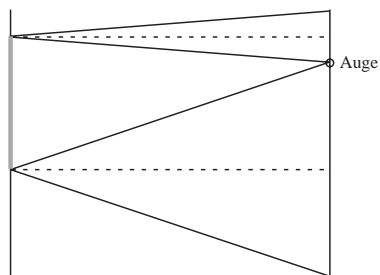
$$d = \frac{1}{Lf} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}} = 0.239 \text{ mm} \quad (\text{gilt nur für Saiten mit homogener Zusammensetzung})$$

# Optik

## Geometrische Optik

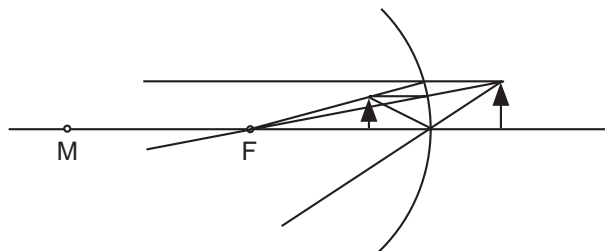
### Spiegel

#### Aufgabe 6.1.1-1



**Abbildung 9:** Aus dem Reflexionsgesetz folgt, daß, unabhängig von der Entfernung zwischen Spiegel und Betrachter, ein Spiegel von halber Körpergröße ausreicht. Er muß allerdings in der richtigen Höhe hängen.

#### Aufgabe 6.1.1-3<sup>2</sup>



**Abbildung 10:** Bildkonstruktion unter Verwendung von Brennpunktstrahl, Scheitelstrahl und Parallelstrahl

<sup>2</sup>Achtung, Vorzeichenfehler bei der Lösung im Buch

$$g = -2 \text{ cm}, f = -6 \text{ cm}, B = +1 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \Rightarrow b = \frac{gf}{g-f} = +3 \text{ cm}$$

$$\beta = -\frac{b}{g} = +1.5 \Rightarrow B = \beta G = 1.5 \text{ cm}$$

#### Aufgabe 6.1.1-4

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \Rightarrow b = \frac{gf}{g-f}$$

$$\beta = -\frac{b}{g} = -\frac{1}{g} \left( \frac{gf}{g-f} \right) = \frac{f}{f-g}$$

$$\Rightarrow g = f \left( 1 - \frac{1}{\beta} \right) = \frac{r}{2} \left( 1 - \frac{1}{\beta} \right) = -8/12 \text{ cm}$$

$$b = -\beta g = +40 / -60 \text{ cm}$$

## Lichtbrechung und Linsen

#### Aufgabe 6.1.2-1

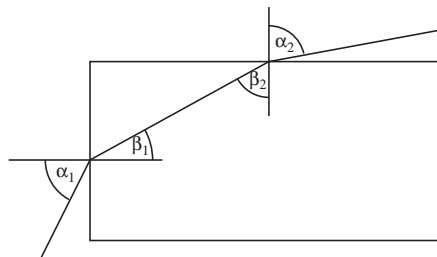


Abbildung 11: Lichtwellenleiter

$$n = \frac{\sin \alpha_i}{\sin \beta_i}$$

a) Grenzwinkel:  $\alpha_2 = 90^\circ \Rightarrow \sin \beta_2 = \frac{1}{n} \Rightarrow \beta_2 = \arcsin \frac{1}{n}$

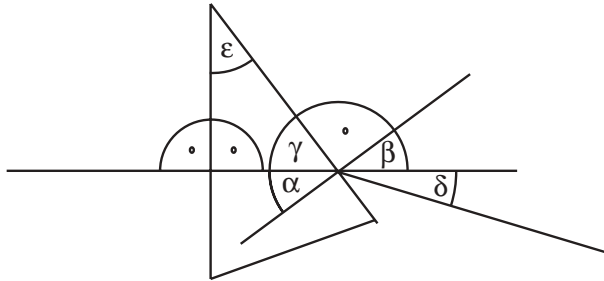
$$\beta_1 + \beta_2 = 90^\circ \Rightarrow \beta_1 = 90^\circ - \arcsin \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow \arcsin \left( \frac{\sin \alpha_1}{n} \right) = 90^\circ - \arcsin \frac{1}{n}$$

Maximalwert von  $\alpha_1$  ist  $90^\circ$  und folglich:  $\arcsin \frac{1}{n} = 90^\circ - \arcsin \frac{1}{n}$

$$\Rightarrow \frac{1}{n} = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad n = \sqrt{2} \approx 1.41$$

### Aufgabe 6.1.2-3



**Abbildung 12:** Bei senkrechtem Einfall liefert das Brechungsgesetz keine Brechung

$$\varepsilon + 90^\circ + (90^\circ - \alpha) = 180^\circ \quad \Rightarrow \quad \alpha = \varepsilon \quad (\text{vgl. Abbildung 12})$$

$$n = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin(\alpha + \delta)}{\sin \varepsilon} = 1.488$$

### Aufgabe 6.1.2-5

$$D' = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 2.17 \text{ dpt}$$

unabhängig davon, ob man beide Radien positiv oder negativ ansetzt.

### Aufgabe 6.1.2-6

Es gibt zwei Lösungen:  $r_1 = +150 \text{ mm}$ ,  $r_2 = +87 \text{ mm}$  und  $r_1 = -150 \text{ mm}$ ,  $r_2 = -543 \text{ mm}$ . Es handelt sich also um eine konvexkonkave Linse.

### Aufgabe 6.1.2-7

$$g = -1 \text{ m}, r_1 = \infty, r_2 = -0.312 \text{ m} \quad \text{oder} \quad r_1 = +0.312 \text{ m}, r_2 = \infty$$

Einsetzen in die Linsenschleiferformel liefert  $f' = 60 \text{ cm}$ . Aus der Abbildungsgleichung ergibt sich dann

$$b = \frac{f'g}{f' + g} = +150 \text{ cm}$$

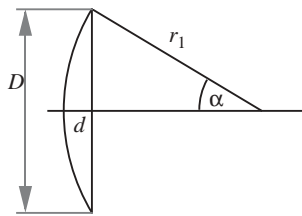


Abbildung 13: Plankonvexe Linse

**Aufgabe 6.1.2-9**

$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \text{mit } r_2 = \infty \quad \Rightarrow \quad r_1 = (n - 1)f' = 200 \text{ mm}$$

$$\sin \alpha = \frac{D/2}{r_1} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 8.63^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{D/2}{r_1 - d} \quad \Rightarrow \quad d = r_1 - \frac{D}{2 \tan \alpha} = 2.26 \text{ mm}$$

**Optische Instrumente****Aufgabe 6.1.3-1**

Nach Voraussetzung soll  $|b| = s_0 = 250 \text{ mm}$  gelten. In diesem Fall ergibt sich die Winkelvergrößerung zu

$$v = 1 + \frac{s_0}{f'} = 3.5$$

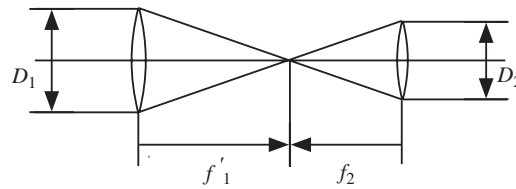
Die Gegenstandsweite ergibt sich aus der Abbildungsgleichung:

$$g = -\frac{s_0 f'}{s_0 + f'} = -71 \text{ mm.}$$

Man beachte, daß die Gegenstandsweite außerhalb des Akkommodationsbereichs liegt. Ohne Lupe ließe sich der Gegenstand also nicht so nahe ans Auge führen.

**Aufgabe 6.1.3-2**

$$\frac{D_1}{f'_{\text{Ob}}} = \frac{D_2}{-f'_{\text{Ok}}} = \frac{D_2}{f'_{\text{Ok}}} \quad \Rightarrow \quad D_2 = \frac{f'_{\text{Ok}}}{f'_{\text{Ob}}} D_1 = \frac{D_1}{v} = 3.75 \text{ mm}$$



**Abbildung 14:** Strahlengang beim Astronomischen Fernrohr

#### Aufgabe 6.1.3-4

$$f'_{Ok} = \frac{f'_{Ob}}{v} = 33.3 \text{ mm}$$

Die maximale Bildweite bei der Abbildung am Objektiv ist um  $\Delta a = 4 \text{ mm}$  größer als die Brennweite:

$$b_{\max} = f'_{Ob} + \Delta a.$$

Dies führt über die Abbildungsgleichung zu einer minimalen Gegenstandsweite von

$$g_{\min} = -\frac{f'_{Ob}(f'_{Ob} + \Delta a)}{\Delta a} = -10.2 \text{ m}$$

#### Aufgabe 6.1.3-6

Die beiden in Abbildung 6.18 eingezeichneten Strahlen verlassen das Okular parallel, wenn das Zwischenbild in der Brennebene des Okulars liegt. Dies geschieht, wenn

$$b = f' + t$$

Daher

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{b} - \frac{1}{g} \Rightarrow g = \frac{f'b}{f' - b} = \frac{f'(f' + t)}{f' - (f' + t)} = \frac{f'(f' + t)}{-t} = -4.1 \text{ mm}$$

Hierbei gilt  $b = b_{OB}$ ,  $g = g_{OB}$  und  $f' = f'_{OB}$ . Das Objekt muss sich daher  $0.1 \text{ mm} = 100 \mu\text{m}$  links von der Brennebene des Objektivs befinden.

## Wellenoptik

### Interferenz an dünnen Schichten

#### Aufgabe 6.2.2-2

Reflektiertes Licht:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = 2d\sqrt{1^2 - 0^2} = 2d = x\lambda$$

$$\Rightarrow x = 2 \frac{d}{\lambda} = 3 \quad \Rightarrow \quad \text{Dunkelheit}$$

Hinweis: Der Phasensprung findet hier an der zweiten Trennfläche statt. Dies macht aber formelmäßig keinen Unterschied zu einem Phasensprung an der ersten Trennfläche.

### Aufgabe 6.2.2-3

(Hinweis: Nehmen Sie  $n = 1.5$  an.)

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = x\lambda$$

$$\Rightarrow x_{\min} = \frac{2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\lambda_{\max}} \quad \text{und} \quad x_{\max} = \frac{2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\lambda_{\min}}$$

Für  $\alpha = 45^\circ$  folgt:

$$x_{\min} = 1.98 \quad \text{und} \quad x_m = 3.97.$$

Da  $x$  eine ganze Zahl sein muß, hat man  $x_{\min}$  auf 2 aufzurunden und  $x_{\max}$  auf 3 abzurunden. Damit erhält man für die Wellenlängen

$$\lambda = \frac{2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{2} = 794 \text{ nm} \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{3} = 529 \text{ nm}.$$

## Optische Gitter

### Aufgabe 6.2.3-2

$$400 \text{ Striche/mm} \quad \Rightarrow \quad a = 2.5 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\text{konstruktive Interferenz: } \vartheta = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{a}\right)$$

$m = 2$ :

$$\vartheta_{2,\min} = \arcsin\left(\frac{2 \cdot 0.4 \text{ } \mu\text{m}}{2.5 \text{ } \mu\text{m}}\right) = 18.7^\circ,$$

$$\vartheta_{2,\max} = \arcsin\left(\frac{2 \cdot 0.7 \text{ } \mu\text{m}}{2.5 \text{ } \mu\text{m}}\right) = 31.1^\circ$$

$m = 3$ :

$$\vartheta_{3,\min} = \arcsin\left(\frac{3 \cdot 0.4 \text{ } \mu\text{m}}{2.5 \text{ } \mu\text{m}}\right) = 28.7^\circ,$$

$$\vartheta_{3,\max} = \arcsin\left(\frac{3 \cdot 0.7 \text{ } \mu\text{m}}{2.5 \text{ } \mu\text{m}}\right) = 57.1^\circ$$

$$\text{Überlappung: } 28.7^\circ \leq \vartheta \leq 34.1^\circ$$

## Quantenoptik

### Wärmestrahlung

#### Aufgabe 6.3.1-2

$$T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = 5796 \text{ K}$$

$$E = \sigma T = 63.99 \text{ MW/m}^2 \quad \Rightarrow \quad P = AE = 4\pi R_S E = 3.94 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

$$\text{Energieerhaltung: } A(R_S)E = A(d)E' \quad \Rightarrow \quad E' = E \left( \frac{R_S}{d} \right)^2 = 1.4 \text{ kW/m}^2$$

( $R_S$ : Sonnenradius,  $d$ : Abstand Sonne-Erde)

### Compton-Effekt

#### Aufgabe 6.3.3-3

a)

$$\Delta E = h(f - f') \quad \Rightarrow \quad f' = f - \frac{\Delta E}{h} \quad \Rightarrow \quad \lambda' = \frac{c}{\frac{c}{\lambda} - \frac{\Delta E}{h}} = 12.8 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$(c = \lambda f = \lambda' f')$$

b)

$$\lambda' - \lambda = \lambda_C(1 - \cos \vartheta) \quad \Rightarrow \quad \vartheta = \arccos \left( 1 - \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda_C} \right) = 69^\circ 57'$$

### Materiewellen

#### Aufgabe 6.3.4-3

$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} \geq \frac{1}{m} \frac{h}{4\pi} \frac{1}{\Delta x} = 2.11 \cdot 10^{-32} \text{ m/s} \quad \text{bzw.} \quad = 5.79 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$



# Atome

## Atomhülle

### Stationäre Bahnen

#### Aufgabe 7.2.1-1

$$\Delta E = E_n - E_1 = -\frac{me^4}{8(\varepsilon_0 h)^2} \left( \frac{1}{n^2} - 1 \right) = 1.635 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 10.20 \text{ eV} \quad \text{etc.}$$

### Röntgenstrahlung

#### Aufgabe 7.2.4-2

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{3}{4} R (Z - 1)^2 \quad \Rightarrow \quad Z = \sqrt{\frac{4\Delta E}{3hR}} + 1 \approx 29$$

## Atomkerne

### Aufbau der Atomkerne

#### Aufgabe 7.3.1-2

$$m = A_r u \approx Au, \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R_0^3 A$$
$$\Rightarrow \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{3u}{4\pi R_0^3} \approx 4.5 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$$

### Kernprozesse

#### Aufgabe 7.3.2-4

a)

$$A(t) = \lambda N(t) \quad \Rightarrow \quad \frac{A(t)}{A(0)} = \frac{N_0 \exp -\lambda t}{N_0} = \exp \left( -\ln 2 \frac{t}{T} \right) = 0.1599$$

b)

$$0.1 = \exp\left(-\ln 2 \frac{t}{T}\right) \Rightarrow t = -T \ln 0.1 / \ln 2 = 458 \text{ d}$$

**Aufgabe 7.3.2-6**

$$A = \lambda N_{40\text{K}} \quad \text{mit} \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T} \quad \text{und} \quad N_{40\text{K}} = 1.2 \cdot 10^{-4} N_{\text{K}}$$

Mit  $N_{\text{K}} = m/A_r u$  folgt  $A = 4687 \text{ Bq}$ .

**Moleküle****Molekülanregung****Aufgabe 7.4.2-2**

$$J = 2m(d/2)^2 = 5.3 \cdot 10^{-46} \text{ kg m}^2$$

$$E_{\text{rot}} = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2J} \approx \overline{E}_{\text{rot}} = kT \Rightarrow l(l+1) = \frac{2JkT}{\hbar^2}$$

$$l^2 + l - \frac{2JkT}{\hbar^2} = 0 \Rightarrow l = -1/2 + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2JkT}{\hbar^2}} = 19.4$$

(die andere Lösung führt auf ein negatives  $l$  und ist daher nicht sinnvoll). Etwas schneller kommt man näherungsweise zum Ziel:

$$l \gg 1 \Rightarrow l(l+1) \approx l^2 \Rightarrow l \approx \sqrt{\frac{2JkT}{\hbar^2}} = 19.9$$

**Aufgabe 7.4.2-3**

$$R \approx R_0 \sqrt[3]{A} \quad \text{mit} \quad A = 16$$

Trägheitsmoment Kugel (vgl. Tabelle 1.1):

$$J_{\text{Kugel}} = \frac{2}{5} m R^2$$

Trägheitsmoment Hantel (bei Rotation um Hantelachse):

$$J_{\text{Hantel}} = 2J_{\text{Kugel}} = \frac{4}{5} m R^2 = \frac{4}{5} u R_0^2 A^{5/3} = 2.64 \cdot 10^{-55} \text{ kg m}^2$$

Der erste angeregte Rotationszustand besitzt die Energie

$$E_{\text{rot}} = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2J_{\text{Hantel}}} = \frac{\hbar^2}{J_{\text{Hantel}}} = 263 \text{ keV}$$

# Festkörper

## Elektrische Leitfähigkeit

### Metalle und Nichtleiter

#### Aufgabe 8.2.1-1

$$\rho_{\text{Masse}} = \frac{m}{V} \quad \text{mit} \quad m = A_r u N \quad \Rightarrow \quad n = \frac{N}{V} = \frac{\rho_{\text{Masse}}}{A_r u}$$

$$j = \frac{I}{A} = en\mu E = en\bar{v} \quad \Rightarrow \quad \bar{v} = \frac{I}{enA} = \frac{IA_r u}{eA\rho_{\text{Masse}}} = 0.294 \text{ mm/s}$$

#### Aufgabe 8.2.2-1

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad E_{\text{min}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{max}}} = \Delta E$$

Daraus folgt

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{hc}{\Delta E} = 1.24 \text{ } \mu\text{m}$$

# Messen und Auswerten

## Fehlerrechnung und Meßergebnisse

### Aufgaben

#### Aufgabe C-1

Die Messung des Elastizitätsmoduls von Blei ergab die Werte (jeweils in  $\text{N/mm}^2$ ) 211000, 204000, 202000, 214000, 212000. Wie lautet das Meßergebnis?

Mittelwert:	$\bar{E} = 208600.000000 \text{ N/mm}^2$
Standardabweichung :	$s_E = 5272.570531 \text{ N/mm}^2$
Standardfehler:	$\Delta E = 2357.965225 \text{ N/mm}^2$
Rundung auf zwei signifikante Stellen:	$\Delta E = 2.4 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$

$$\text{Ergebnis: } E = (208.6 \pm 2.4) \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

#### Aufgabe C-2

Die Länge eines dünnen homogenen Stabes wird mit 21.3 cm bei einem Fehler von 0.1 cm angegeben, und für die Masse liegen die Meßwerte 120.1 g, 119.9 g, 119.2 g, 121.1 g, 119.7 g, 120.7 g vor.

a) Wie lautet das Meßergebnis für die Masse?

Mittelwert:	$\bar{m} = 120.1166667 \text{ g}$
Standardabweichung :	$s_m = 0.688234456 \text{ g}$
Standardfehler:	$\Delta m = 0.28097054 \text{ g}$
Rundung:	$\Delta m = 0.28 \text{ g}$

$$\text{Ergebnis: } m = (120.12 \pm 0.28) \text{ g}$$

b) Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment bezüglich einer durch den Schwerpunkt und senkrecht zum Stab verlaufenden Drehachse und präsentieren Sie das Ergebnis einschließlich Fehler!

$$J = \frac{1}{12}ml^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial J}{\partial m} = \frac{1}{12}l^2 \quad \text{und} \quad \frac{\partial J}{\partial l} = \frac{1}{6}ml$$

$$\Delta J = \sqrt{\left(\frac{1}{12}l^2\Delta m\right)^2 + \left(\frac{1}{6}ml\Delta l\right)^2}$$

Ergebnis:  $J = (4541 \pm 44) \text{ g cm}^2$

### Aufgabe C-3

Eine Messreihe zur Bestimmung des Brewster-Winkels  $\alpha_B$  lieferte die Werte  $55.4^\circ$ ,  $60.1^\circ$ ,  $61.5^\circ$ ,  $56.9^\circ$ ,  $57.2^\circ$ ,  $59.1^\circ$ .

a) Wie lautet das zugehörige Meßergebnis?

Mittelwert:  $\bar{\alpha}_B = 58.36666667^\circ$   
 Standardabweichung:  $s_{\alpha_B} = 2.265980288^\circ$   
 Standardfehler:  $\Delta\alpha_B = 0.925082579^\circ$   
 Rundung:  $\Delta\alpha_B = 0.93^\circ$

Ergebnis:  $\alpha_B = (58.37 \pm 0.93)^\circ$

b) Bestimmen Sie die sich ergebende Brechzahl aus  $n = \tan \alpha_B$  und präsentieren Sie das Ergebnis einschließlich Fehler!

$$n = \tan \alpha_B \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial n}{\partial \alpha_B} = \frac{1}{\cos^2 \alpha_B}$$

$$\Delta n = \sqrt{\left(\frac{\Delta \alpha_B}{\cos^2 \alpha_B}\right)^2} = \frac{\Delta \alpha_B}{\cos^2 \alpha_B}$$

Ergebnis:  $n = (1.624 \pm 0.059)$  (Achtung, Bogenmaß!)

### Aufgabe C-4

Sie befinden sich auf einer Party. Plötzlich bricht ein Gewitter los. Einige Partygäste beschließen, die Entfernung des Gewitters durch Zeitmessung abzuschätzen. Die von den Gästen ermittelten Zeiten zwischen Blitz und Donner sind (jeweils in Sekunden): 5.5, 5.7, 6.4, 6.4, 5.8, 6.0, 5.9. Geben Sie die Ergebnisse für Zeitmessung und Entfernung des Gewitters an! Nehmen Sie an, daß die Schallgeschwindigkeit 340 m/s beträgt und wegen der unübersichtlichen Temperaturverhältnisse in der Gewitterwolke mit einer Unsicherheit von 20 m/s behaftet ist!

Lösung:  $(5.96 \pm 0.13) \text{ s}$ ,  $(2.03 \pm 0.13) \text{ km}$